

Kohärente Kleinwinkelstreuung hochenergetischer Pi-Mesonen an leichten Kernen (^3He und ^4He)

HANS BAIER

Physikinstitut, Reaktorzentrum Seibersdorf der Österreichischen Studiengesellschaft für Atomenergie

(Z. Naturforsch. 25 a, 853—862 [1970]; eingegangen am 12. März 1970)

The paper discusses recently obtained (theoretical) results on the coherent small angle elastic scattering of high energy pions on the nuclei ^3He and ^4He . Starting with the full suitably parametrized spin- and isospindependent pion-nucleon amplitude for pion laboratory energies between 0.826 and 2.01 GeV the Glauber's plural scattering formula has been applied to derive the angular distribution of scattered pions. A concise report on the use of coherent high energy processes in the investigation of the nuclear structure and the hadron-nucleon scattering amplitude is given. The advantages and shortcomings as well as possible generalizations of the plural scattering model are outlined. The formalism applied to derive results on the structure of ^3He and ^4He and the conclusions drawn from the results on pion-helium scattering are presented in detail. It has been shown that an effective pion nucleon amplitude may safely replace the full amplitude in the present context and in the energy region mentioned above.

Die Theorie der hochenergetischen Streuprozesse und ihre Anwendung auf die Streuung schneller Hadronen an leichten und schweren Kernen hat in letzter Zeit bedeutende Fortschritte erzielen können¹. Für ein genaues Verständnis der experimentellen Fakten und der verwendeten theoretischen Kern- und Streumodelle ist eine eingehende Untersuchung der in die Theorie eingehenden Approximationen nötig. In der vorliegenden Arbeit werden neue theoretische Resultate zur Streuung von schnellen elastischen Pi-Mesonen am ^3He ² und am ^4He ³ eingehend erörtert. Die Bedeutung dieser Resultate für Kern- und Elementarteilchenphysik wird unterstrichen. Den Untersuchungen liegt die volle spin- und isospinabhängige Pion-Nukleonstreuamplitude zugrunde. Ebenso wird der Spin- und Isospinabhängigkeit (der realistisch gewählten Grundzustandswellenfunktion) der Targetkerne Rechnung getragen. Die Energien der einfallenden Pi-Mesonen (für die Untersuchung wurden negative Pi-Mesonen gewählt) lag zwischen 0,826 GeV und 2,01 GeV im Lab-System. Im Speziellen interessiert hier, wie immer im Falle der Hochenergie-Streuprozesse, das genaue Verhalten des differentiellen Streuquerschnittes in der Umgebung etwaiger Extrema (abgesehen vom Vorwärtsstremumaximum) gegenüber verschiedenen Annahmen über die Dynamik derartiger Vorgänge.

Sonderdruckanforderungen an Dr. H. BAIER, Österreichische Studiengesellschaft für Atomenergie GmbH, Abt. Physik, Lenaugasse 10, A-1040 Wien VIII (Österreich).

¹ Proceedings of the Summer Institute on Diffractive Processes, held in Montreal, 7. 7. 1969 (im Erscheinen, Verlag Gordon and Breach 1970).

² H. BAIER u. V. K. SAMARANAYAKE, Nucl. Phys. B 15, 67 [1970].

³ Rechnerische Details für den ^4He -Fall finden sich in: Elas-

Die Abschnitte eins und zwei dieser Arbeit berichten über die Bedeutung der Hochenergieprozesse für Kern- und Elementarteilchenphysik und über die Anwendung der Glauber-Theorie zur Beschreibung derartiger Vorgänge. Die restlichen Abschnitte behandeln der Reihe nach die Pion-Nukleon-Amplitude, die Struktur der untersuchten Kerne und die Resultate. Ein Anhang enthält formale Ergänzungen.

Hochenergiestreuung und Kernstruktur

Die grundlegenden Arbeiten von HOFSTADTER und Mitarb.⁴ über die Streuung schneller Elektronen an komplexen Kernen liefert eine Fülle von Aussagen sowohl über die Kernstruktur als auch über die Natur der elektromagnetischen Wechselwirkungsprozesse. In der Folgezeit versuchte man an Stelle der Elektronen auch stark wechselwirkende Teilchen als Projektil zu verwenden⁵. Unter anderem liegen hier Messungen der differentiellen Wirkungsquerschnitte für die elastische Streuung von Hadronen hoher Energien an den leichten Kernen ^2D , ^3He , ^4He , ^{12}C und ^{16}O vor⁶. Die hier interessierenden Projektilenergien liegen zwischen 0,5 und 20 GeV. Weitere Experimente und theoretische Untersuchungen müssen keineswegs auf elastische ko-

tic Scattering of Pions on ^4He at small momentum transfer, H. BAIER u. V. K. SAMARANAYAKE, ICTP, Triest, Vorabdruck, IC 69/60 [1969].

⁴ R. HOFSTADTER, Electron Scattering and Nuclear and Nucleon Structure, W. Benjamin, New York 1963.

⁵ Proceedings of the 2. Intern. Conference on "High Energy Physics And Nuclear Structure", GIDEON ALEXANDER (Ed.) (North-Holland Publishing Company, 1967).

⁶ R. H. BASSEL u. C. WILKIN, Phys. Rev. 174, 1179 [1968].



Dieses Werk wurde im Jahr 2013 vom Verlag Zeitschrift für Naturforschung in Zusammenarbeit mit der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften e.V. digitalisiert und unter folgender Lizenz veröffentlicht: Creative Commons Namensnennung-Keine Bearbeitung 3.0 Deutschland Lizenz.

Zum 01.01.2015 ist eine Anpassung der Lizenzbedingungen (Entfall der Creative Commons Lizenzbedingung „Keine Bearbeitung“) beabsichtigt, um eine Nachnutzung auch im Rahmen zukünftiger wissenschaftlicher Nutzungsformen zu ermöglichen.

This work has been digitized and published in 2013 by Verlag Zeitschrift für Naturforschung in cooperation with the Max Planck Society for the Advancement of Science under a Creative Commons Attribution-NoDerivs 3.0 Germany License.

On 01.01.2015 it is planned to change the License Conditions (the removal of the Creative Commons License condition "no derivative works"). This is to allow reuse in the area of future scientific usage.

härente Prozesse beschränkt bleiben, sondern können u. a. auch auf kohärente und inkohärente inelastische Produktionsprozesse und Streuvorgänge erweitert werden¹

Wie im Falle der Elektronenstreuung zeigen die in Hadronstreuvgängen gefundenen Streuwinkelverteilungen typische Beugungs-Maxima und -Minima um die Vorwärtsstreurichtung. Demgemäß ist im Falle der Elektronenstreuung der Ladungsradius und im Falle der Hadronstreuung der Massenradius des Targets angenähert durch die Beziehung

$$r = 4,2/\Delta k$$

gegeben. Hierin gibt Δk den Impulsübertrag in F^{-1} an, für den das erste Beugungsminimum auftritt^{7, 8}. Da für die betrachteten Energien der Kern für die Hadronen wesentlich durchsichtiger (d. h. weniger absorbierend) ist, als etwa im oft untersuchten Bereich zwischen 50 und 100 MeV, sind hier reine Beugungsmodelle zu ungenau. An ihrer Stelle führt hier die Theorie von Glauber die Streuamplitude auf eine kohärente Superposition der Amplituden für mehrfache Streuung des einfallenden Teilchens an den Nukleonen des Kerns zurück. Dies führt im Verein mit dem stark absorptiven Charakter der Hadron-Nukleonstreuung im Hochenergiebereich zu den beobachteten „Beugungsbildern“^{9, 10}.

Da die elastische Elektronenstreuung im wesentlichen den Formfaktor der Protonenverteilung des Kerns und die elastische Hadronstreuung im allgemeinen die Massenverteilung desselben festlegt, gestatten derartige Experimente Modellannahmen über den Kerngrundzustand zu testen. Hier sei die Suche nach Unterschieden in den eben erwähnten Verteilungen als Funktion der integralen Kerncharakteristika (A, Z, N) im Ca-Bereich erwähnt¹¹. Dazu können auch Ladungsaustausch-Reaktionen von Pi-Mesonen an mittelschweren und schweren Kernen dienen¹². Für leichte Kerne erwartet man angenähert gleiche Ladungs- und Massenverteilungen. Diese Annahme führt auch zu qualitativ richtigen theoretischen Hadron-Streuverteilungen. Kennt man also die Ladungsformfaktoren für leichte Kerne, so kann

man mit ihrer Hilfe die Pluralstreuformeln für Hadronstreuung angenähert auswerten¹³. Einfache Zusammenhänge der erwähnten Art erhält man im allgemeinen nur, wenn man Nukleonenkorrelationen im Kern vernachlässigt und von den Spin- und Isospineigenschaften des betrachteten Systems absieht. Der möglicherweise bedeutende Einfluß der Kernstruktur auf die Hadron-Streuverteilung zeigt sich im Falle des Deuterons besonders deutlich: Hier fand man von dem durch die Glauber-Theorie vorhergesagten Minimum keine Spur. Erst die Berücksichtigung des kleinen D -Wellenanteiles zur Deuterongrundzustand (er macht 6–7% aus) brachte Theorie und Experiment in Übereinstimmung. Die Bedeutung der elastischen Hadron-Kernstreuexperimente für die Hadron-Nukleon-Streuverteilung besteht darin, daß die Tiefe des ersten Streuminimums (etwa im ${}^4\text{He}$) von der Phase der Hadron-Nukleon-Streuamplitude abhängt. Weiters ist im allgemeinen eine Abhängigkeit dieser Größe und auch der Höhe des zweiten Streumaximums von den Spin- und Isospinfreiheitsgraden dieser Amplitude feststellbar. Der Fall des ${}^3\text{He}$ -Kerns scheint zunächst dem Fall des Deuterons ähnlich zu sein. In der Tat sind hier ebenfalls Spineffekte bemerkbar, während Strukturreffekte (und im speziellen D -Zustandseffekte) praktisch verschwinden. Für ${}^4\text{He}$ können Spineffekte in der elastischen Streuung von Pi-Mesonen nur über die Zwei- und Vierfachstreuanteile auftreten, und werden daher klein sein. Für beide Fälle ergibt sich die Aufgabe, die Brauchbarkeit effektiver (spin- und isospinunabhängiger) Streuamplituden für die Beschreibung obiger Vielfachstreuannahmen zu untersuchen. Ein weiterer wichtiger Mehrfachstreuereffekt ergibt im allgemeinen eine deutliche Reduktion der totalen Hadron-Kernquerschnitte. Dies wurde für Hadron-Deuteronstreuung mehrfach nachgewiesen. Der Effekt kann im Fall der Antinukleon-Deuteronstreuung bis zu 40% betragen^{14–16}. Dieser Vorgang spielt auch dann eine Rolle, wenn der betrachtete Mehrfachstreuoprozeß zu angeregten Zuständen des einfallenden Hadrons führt¹⁷.

⁷ L. D. LANDAU u. E. M. LIFSHITZ, Klassische Feldtheorie (Kap. 7), Akademie-Verlag, Berlin 1967.

⁸ L. I. SCHIFF, Science **161**, 969 [1968].

⁹ R. J. GLAUBER, in: Lectures in Theoretical Physics, Vol. I, Interscience Publishers, Inc., New York 1959.

¹⁰ W. CZYZ, Lectures on High-energy Hadron Scattering (International Course on Nuclear Theory, Triest 1969, Paper SMR 6/31).

¹¹ W. A. BRUECKNER u. Mitarb., Phys. Rev. **189**, 1506 [1969].

¹² O. KOFOED-HANSEN u. B. MARGOLIS, Charge-exchange Re-

actions and Charge and Mass Distributions in Nuclei, CERN-Vorabdruck, Ref. TH 1011 [1969].

¹³ W. CZYZ u. L. C. MAXIMON, Ann. Physics **52**, 59 [1969].

¹⁴ V. FRANCO u. R. J. GLAUBER, Phys. Rev. **142**, 1195 [1965].

¹⁵ R. J. GLAUBER u. V. FRANCO, Phys. Rev. **156**, 1685 [1967].

¹⁶ L. BERTOCCHI, Coherent Scattering of High-energy Hadrons on Light Nuclei (Ecole internationale de la physique des particules élémentaires 1969) (Vorabdruck).

¹⁷ ION PUMPLIN u. MARC ROSS, Inelastic Shadow Effects in Nuclear Total Cross Sections, Stanford-Vorabdruck 1968.

Für die Erweiterung der Hochenergie-Streuansätze zur Beschreibung Hadron-induzierter Produktions-(insbes. Mesonproduktions-)prozesse sei auf die ausführlichen Arbeiten¹⁸ verwiesen. Eine Diskussion darüber, welche der oben aufgeworfenen Fragen mittels der eben in Entwicklung begriffenen Mesonfabriken einer Lösung zugeführt werden könnten, findet sich in¹⁹.

Pluralstreutheorie der Hochenergieprozesse

Geht man von rein imaginären Pion-Nukleon-Streuamplituden aus, so läßt sich eine im allgemeinen modellfreie Herleitung der (zunächst für elastische Streuung gültigen) Pluralstreuformel von Gläuber geben. Auf Grund des optischen Theorems ergibt sich zunächst der totale Pion-Nukleonstreuquerschnitt als proportional zu der Größe:

$$\sigma \cong \int d^2\mathbf{b} \Gamma_j(|\mathbf{b}|).$$

Hierin gilt die Profilfunktion die Fourier-Transformierte der Pion-Nukleonstreuamplitude an:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{k}, \mathbf{q}) &= \frac{i|\mathbf{k}|}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} \exp\{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}\} \langle 0 | \delta\left(\sum_{j=1}^n \mathbf{r}_j\right) \left(1 - \prod_{j=1}^n \left(1 - \frac{1}{2\pi i |\mathbf{k}|} \int d^2\mathbf{q}' \exp\{-i\mathbf{q}(\mathbf{b} - \mathbf{s}_j)\} f_j(\mathbf{k}', \mathbf{q}')\right)\right) | 0 \rangle = \sum_{j=1}^n F^{(j)}(\mathbf{k}, \mathbf{q}), \\ F^{(j)}(\mathbf{k}, \mathbf{q}) &= (-1)^{j+1} \frac{i|\mathbf{k}|}{2\pi} \langle 0 | \int d^2\mathbf{b} \exp\{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}\} \cdot \left(\frac{1}{2\pi i |\mathbf{k}|}\right)^j \delta\left(\sum_{j'} \mathbf{r}_{j'} \prod_{l=1}^j d^2\mathbf{q}'_l \exp\{-\mathbf{q}'_l(\mathbf{b} - \mathbf{s}_i)\} G_j(\mathbf{q}'_1, \mathbf{q}'_j)\right) | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (1)$$

In Formel (1) trägt die eingehende δ -Funktion explizit der Forderung nach Fixierung des Kern-Massenmittelpunktes im Koordinatenursprung Rechnung. Eine angeneherte Berücksichtigung dieser Bedingung etwa im Sinne der Vorschrift von²⁰ reicht für leichte Kerne im allgemeinen nicht aus, daher wird sie hier exakt berücksichtigt. Die Pluralstreuamplituden $F^{(j)}$ enthalten alle Details über die Einzelstreuamplituden in den Funktionen G_j .

Ihre explizite Herleitung für vollständige Einzelstreuamplituden war eine der Aufgaben dieser Arbeit (die relevanten recht komplizierten Ausdrücke finden sich für ${}^3\text{He}$ in² und für ${}^4\text{He}$ in³).

Die Formel (1) stellt ihrem Wesen nach eine

* Γ_j Profilfunktion, f_j II-N-Streuamplitude, \mathbf{k} Pion-Impuls, $\langle 0 |$ Kerngrundzustand.

¹⁸ K. GOTTFRIED u. D. R. YENNY, Phys. Rev. **182**, 5 [1969].

¹⁹ Some Physics Uses of LAMPF, 1968 summer study group at Los Alamos, P. A. M. GRAM (Ed.), LA-4080 Rev., UC-28, UC-34.

$$f_j(\mathbf{k}, \mathbf{q}) = \frac{i|\mathbf{k}|}{2\pi} \int d^2\mathbf{b} \exp\{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{b}\} \Gamma_j(|\mathbf{b}|) \quad (\text{s. Anm. } *).$$

\mathbf{b} entspricht dem Impaktparameter der klassischen Streutheorie und \mathbf{q} der senkrecht um einfallenden Teilchenstrahl liegenden Komponente des Impulsübertrages. Wegen der erwähnten Beziehungen läßt sich $2\pi \Gamma_j(\mathbf{b}) db$ als die Wahrscheinlichkeit dafür ansehen, daß ein im Parameterbereich zwischen b und $b + db$ einfallenden Hadron irgendeine Beeinflussung durch das Nukleon $-j$ erfährt. Dann folgt aus wahrscheinlichkeitstheoretischen Überlegungen sofort die Amplitude für Pluralstreuung an den in den Positionen (\mathbf{s}_j, z) festgehaltenen Hadronen (\mathbf{s}_j gibt die Position in einer senkrecht zur Einfallsrichtung des Hadrons gelegenen Ebene). Durch Mittelung des entstehenden Ausdrucks über die Positionen der Nukleonen im Grundzustand entsteht die stets der Auswertung hochenergetischer elastischer Streuprozesse zugrunde liegende Amplitude¹³:

Kleinwinkelapproximation zum betrachteten Streuvorgang dar. Versuche zu ihrer Verallgemeinerung auf Großwinkelstreuungen haben zunächst den in ihr vernachlässigten longitudinalen Impulsübertrag zu berücksichtigen. Dies ist in den Arbeiten von SCHIFF geschehen²¹. Ross²² erhielt, gestützt auf diese Theorie, qualitativ gute Beschreibungen des Hadron- ${}^4\text{He}$ -Streuvganges bis zu hohen Impulsüberträgen, ohne komplizierte Annahmen über die Massenverteilungen in diesem Kern machen zu müssen. Seine effektiven Hadron-Nukleonstreuformeln enthalten allerdings etwas große Realteile. Einer systematischen Anwendung der Theorie von Schiff stehen große numerische Schwierigkeiten im Wege.

²⁰ S. GARTENHAUS u. C. L. SCHWARTZ, Phys. Rev. **108**, 482 [1957].

²¹ L. I. SCHIFF, Phys. Rev. **176**, 1390 [1968].

²² D. K. ROSS, Phys. Rev. **173**, 1695 [1968].

Die Annahme, daß die Nukleonen des Kerns für die betrachteten Streuvorgänge als fixiert angesehen werden können, und daß die Hadron-Nukleon-Streuung im Kern durch elastische Streuamplituden freier Teilchen beschreibbar sei, stellen weitere, noch keineswegs nach den Grenzen ihrer Gültigkeit untersuchte Annahmen dar. Die Bewegung der Nukleonen im Kern kann für die betrachteten Vorgänge sicher dann nicht vernachlässigt werden, wenn sich für die betrachteten Energien die Hadron-Nukleon-Amplituden gegenüber den Formfaktoren der betrachteten Kerne als schnell veränderliche Funktion erweisen (z. B. im Bereich schmaler Resonanzen). Für das Deuteron wurden die einschlägigen Korrekturen zur Glauber-Formel von ERICSSON²³ entwickelt. Für schwerere Kerne wurde ihr Einfluß noch nicht systematisch studiert. Es ist plausibel anzunehmen, daß er für hohe Energien (sehr groß im Verhältnis zu den charakteristischen Nukleonenergien im Kern) zu vernachlässigen ist. Ein Versuch, die freien Einzelstreuamplituden durch die Berücksichtigung von "off-mass shell"-Korrekturen zu verbessern, stößt auf große Schwierigkeiten. Dieser Versuch wäre für die Überprüfung der Gültigkeit der Additivitäts-Hypothese der Streuphasen in Glaubers Theorie von großer Bedeutung. Versuche in dieser Richtung können im Rahmen der Diagrammtechnik²⁴ oder direkt ausgehend von dem (unendlichen) gekoppelten Gleichungssystem der Vielkanalstreuung²⁵ unternommen werden. Die Erweiterung des Formalismus auf inelastische Streuung wurde schon in der ursprünglichen Arbeit von GLAUBER⁹ vorgenommen. Dazu genügt es (im Rahmen der übrigen Näherungen dieser Theorie), Anfangs- und Endzustand in der Formel (1) durch die in den inelastischen Streuvorgang eingehenden Kernzustände zu ersetzen. Die Berücksichtigung der Isospin- und Spinstruktur wird später besprochen.

Die Hadron-Nukleonstreuamplitude (im GeV-Bereich)

Das Auftreten eines tiefen Minimums in der Streuverteilung bei der hochenergetischen, elastischen Hadron-Kernstreuung ist im Rahmen der Formel (1) und unter Voraussetzung (angenähert) rein

imaginärer Hadron-Hadronstreuamplituden leicht einzusehen²⁶. Der Einzelstreuterms im Ausdruck (1), der die übliche Impulsapproximation zur Streuamplitude ergibt, fällt nämlich mit wachsendem Impulsübertrag wesentlich schneller ab als die Mehrfachstreuanteile. Außerdem ist die Phase der Zweifachstreuamplitude im wesentlichen entgegengesetzt zu der für Einzelstreuung gerichtet, führt also zu einer destruktiven Interferenz beider Terme. Für imaginäre Streuamplituden des Einzelstreuovorganges entsteht so eine Nullstelle der totalen elastischen Streuamplitude (1) an der Stelle des experimentell beobachteten Minimums. Von Null verschiedene Realteile in der Einzelstreuamplitude führen zwar auch zu einem Minimum der Streuwinkelverteilung, aber zu keiner Nullstelle der Streuamplitude. Für die Überlegung ist wesentlich, daß der Absolutbetrag der Zweifachstreuamplitude für sehr kleine Impulsüberträge wesentlich kleiner ist als der für Einzelstreuung. Verzichtet man zunächst auf die Berücksichtigung spinabhängiger Effekte, so läßt sich für hohe Energien eine effektive Hadron-Nukleon-Streuamplitude wie folgt einführen (siehe z. B. ¹⁶):

$$f_L = \frac{|\mathbf{k}| \sigma_{\text{tot}}}{4\pi} (\varrho_{\pm} + i) \exp\{\beta_{\pm} t\} \quad (\text{s. Anm. } **). \quad (2a)$$

Hierin bedeutet σ_{tot} den totalen Pion-Nukleon-Streuquerschnitt, während ϱ_{\pm} das Verhältnis des Realteils zum Imaginärteil der Streuamplitude angibt. Diese Größe wird für gewöhnlich näherungsweise als vom Impulsübertrag unabhängig angenommen. Beide Größen können den experimentellen Daten entnommen werden. (In dieser Arbeit wurden die Resultate der Cern I-Analysen für den Pi-Mesonenfall²⁷ verwendet. Der Parameter β im exponentiellen Faktor kann den Tabellen in der Arbeit²⁸ entnommen werden.) Obiger Ansatz trägt offenbar dem optischen Theorem Rechnung:

$$\text{Im } f_L(0) = \frac{|\mathbf{k}| \sigma_{\text{tot}}}{4\pi}$$

(\mathbf{k}) Impuls des einfallenden Hadrons im Labor-

system).

Die exakte Beschreibung des Streuvorganges erfordert eine spin- und isospinähnliche Amplitude.

²³ G. FÄLDT u. T. E. O. ERICSON, Nucl. Phys. **B 8**, 1 [1968].

²⁴ D. R. HARRINGTON, Phys. Rev. **135**, B 359 [1964].

²⁵

²⁶

²⁷

²⁸

H. FESHBACH u. J. HÜFNER, Ann. Physics **56**, 268 [1970].

Siehe z. B. C. WILKIN, in: Nuclear and Particle Physics (Kap. 8), B. MARGOLIS u. C. S. LAM (Ed.), W. Benjamin, New York 1968.

²³ G. FÄLDT u. T. E. O. ERICSON, Nucl. Phys. **B 8**, 1 [1968].

²⁴ D. R. HARRINGTON, Phys. Rev. **135**, B 359 [1964].

²⁵ H. FESHBACH u. J. HÜFNER, Ann. Physics **56**, 268 [1970].

²⁶ Siehe z. B. C. WILKIN, in: Nuclear and Particle Physics (Kap. 8), B. MARGOLIS u. C. S. LAM (Ed.), W. Benjamin, New York 1968.

Für den Fall der Nukleon-Nukleonstreuung hat man i. allg. fünf voneinander unabhängige Amplituden für jeden der zwei möglichen Isospinzustände des Zwei-Nukleonsystems in Betracht zu ziehen. Üblicherweise versucht man aus den experimentellen Daten einfache Parametrisierungen dieser Streuamplituden herzuleiten (wie z. B. durch Streuphasenanalyse oder durch Anpassung einfacher Funktionen). Leider sind genaue Streuphasenanalysen im GeV-Bereich gerade noch für p-p-Streuung mit hinreichender Genauigkeit bekannt. Meßdaten für Neutron-Proton-Streuung sind in diesen Bereichen wesentlich spärlicher und im allgemeinen ungenauer. Für eine Diskussion der Nukleon-Nukleon-Streuschnitte sei auf die ausführlichen Arbeiten von HOSHIZAKI²⁹ verwiesen. Die Untersuchung spinabhängiger Effekte in der Mehrfachstreuung von Protonen an leichten Kernen wurde in den Arbeiten^{30, 31} vorgenommen.

$$f_j = f^{(+)} - f^{(-)}(\Theta \tau^{(j)}) + g^{(+)}(\sigma^{(j)} \mathbf{n}^{(j)}) - g^{(-)}(\sigma^{(j)} \mathbf{n}^{(j')}) (\Theta \tau^{(j)}); \quad (2b)$$

σ, τ bedeuten hier die üblichen Isospinmatrizen zur Beschreibung der $I=1$ - und $I=1/2$ -Zustände von Pion und Nukleon. $\sigma = (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z)$ symbolisiert den Paulischen Spinvektor, $\mathbf{n} = \mathbf{p}_f \times \mathbf{p}_i / |\mathbf{p}_f \times \mathbf{p}_i|$ be-

$$\begin{aligned} f^{(+)} &= \operatorname{Re} f^{(+)}(0) + A_1(e^{a_1 t} - e^{a_2 t}) + i \operatorname{Im} f^{(+)}(0) e^{a_3 t}, \\ f^{(-)} &= \operatorname{Re} f^{(-)}(0) + A_2(e^{a_4 t} - e^{a_5 t}) + i \operatorname{Im} f^{(-)}(0) ((A_3 + 1) e^{a_6 t} - A_3), \\ g^{(+)} &= A_4(e^{a_7 t} - e^{a_8 t}) + i A_5(e^{a_9 t} - e^{a_{10} t}), \\ g^{(-)} &= A_5(e^{a_{11} t} - e^{a_{12} t}) + i A_7(e^{a_{13} t} - e^{a_{14} t}). \end{aligned}$$

Numerische Ausdrücke für die eingehenden Parameter, für die interessierenden Energiebereiche sind im Anhang von³ tabelliert. Für den Bereich $-t \leq 0,5$ (GeV/c^2) lässt sich eine gute Approximation der Streudaten mit positiven Koeffizienten in den Exponenten der Exponentialfunktionen erzielen. Dies bringt große rechnerische Vorteile.

Wie schon vorhin erwähnt, wurden die Rechnungen auch mit Hilfe einer effektiven Amplitude durchgeführt, die ebenfalls durch bestmögliche Anpassung ans Experiment im betrachteten Bereich gewonnen wurde. Eine alternative Parametrisierung der Streuamplituden stark wechselwirkender Teilchen ergibt sich (für sehr hohe Projektilenergien $\gg 2 \text{ GeV}$) im

Ungleicher günstiger liegt der Fall der Pion-Nukleon-Streuung. Hier benötigt man insgesamt nur vier unabhängige Amplituden zur Beschreibung des Streuvorganges. Phasenverschiebungsanalysen liegen hier bis zu Energien um 2 GeV vor.

Für die Untersuchung der Streuung von Pi-Mesonen an den Kernen ${}^3\text{He}$ und ${}^4\text{He}$ wurden in dieser Arbeit (und ebenso in der Arbeit³² zur Streuung am Deuteron), für Laborenergien der Mesonen im Bereich zwischen 0,8 und 2,01 GeV, die Phasenverschiebungen von DONACHIE, KIRSOPP und LOVE-LACE²⁸ verwendet, um eine Darstellung der Pion-Nukleonstreuamplitude als Superposition von Gauß-Funktionen herzustellen. (Wie üblich erfolgte die Anpassung an die durch Phasenverschiebung ausgedrückte Amplitude nach der Methode der kleinsten Quadrate.)

Die für die Rechnungen verwendete vollständige Amplitude sieht folgendermaßen aus:

deutet einen Einheitsvektor in Richtung normal zu der durch Anfangs- und Endimpuls $(\mathbf{p}_f, \mathbf{p}_i)$ des Pions aufgespannte Ebene. Für die $f^{(+)}, f^{(-)}, g^{(+)}, g^{(-)}$ wurden folgende Ansätze vorgenommen:

Rahmen des Reggepol-Konzeptes und unter Verwendung von „finite energy sum rules“. Diese Ansätze sind bekanntlich von größter Bedeutung für die gegenwärtige Hochenergiephänomenologie. In der Arbeit³³ wird gezeigt, daß die t -Kanal-Amplituden des Pion-Nukleonstreuoprozesses (die Spinumklapp-Amplitude B und die Nichtumklapp-Amplitude A), die im Rahmen der vorhin erwähnten Hypothesen das Hochenergiestreuverhalten im s -Kanal (also das der Pion-Nukleonstreuung selbst) festlegen, im wesentlichen durch den Austausch von P und P' Regge-Trajektorien beschrieben werden. Die beste Anpassung ans Experiment findet man mit folgenden Trajektorien- und Residuenfunktionen:

²⁹ N. HOSHIZAKI, Suppl. Progr. Theoret. Phys. **42**, 1 [1968].

³⁰ V. FRANCO, Phys. Rev. Lett. **21**, 1360 [1968].

³¹ V. FRANCO, Zitat¹⁰, S. 39.

³² G. ALBERI u. L. BERTOCCHI, Nuovo Cim. **61 A**, 203 [1969].

³³ V. BARGER u. R. J. N. PHILLIPS, Phys. Letters **26 B**, 730 [1968].

$$\begin{aligned}\alpha_P &= 1 + 0,33 t, \quad \alpha_{P'} = 0,63 + 1,31 t + 0,29 t^2, \\ \gamma_P &= 11,8 \alpha_P^2 (\alpha_{P'} + 1)^2 (\exp 1,26 t) / [1 - (t/4 M^2)], \\ \gamma_{P'} &= 41,0 \alpha_{P'}^2 (\alpha_P + 1)^2 (\exp -1,48 t) / [1 - (t/4 M^2)],\end{aligned}$$

Es steht außer Frage, daß diese Ansätze Ausgangspunkt für weitere semitheoretische Darstellungen der Pion-Nukleon-Streuamplitude bilden werden. In ihrer gegenwärtigen Form dürften sie jedoch für eine genaue Auswertung der Vielfachstreueffekte nur bedingt brauchbar zu sein¹⁶.

Die Struktur der leichten Kerne ${}^3\text{He}$ und ${}^4\text{He}$

Der gegenwärtige Stand des quantenmechanischen Dreikörperproblems und der Aufbau der Kerne mit der Massenzahl $A = 3$ wurden kürzlich in dem ausgezeichneten Übersichtsartikel von DELVES und PHILLIPS besprochen³⁴. In der vorliegenden Arbeit und in den Arbeiten^{2, 3} interessiert jedoch nur die allgemeine Struktur der Spin- und Isospinabhängigkeit des Grundzustandes von ${}^3\text{He}$ und der Versuch, die inneren räumlichen Anteile der Wellenfunktionen phänomenologisch in einfacher analytischer Form darzustellen. Einzelheiten dazu finden sich in den eben erwähnten Arbeiten.

Der Grundzustand des ${}^3\text{He}$ ist ein $J = 1/2$ -, $T = 1/2$ -Zustand positiver Parität. Zur Erzeugung des total antisymmetrischen Grundzustandes hat man nicht weniger als drei S -Wellen-, vier P -Wellen- und drei D -Wellenanteile mit geeignet gewählten Spin- und Isospinfunktionen zu kombinieren³⁵. Die erwähnten Funktionen unterscheiden sich grundlegend in ihrem Symmetrieverhalten gegenüber den Permutationen der einzelnen Nukleonen. Einer, nämlich der in allen inneren Raumkoordinaten symmetrische S -Wellenanteil, liefert den Hauptbeitrag zur Grundzustandswellenfunktion von ${}^3\text{He}$ (dieser Beitrag macht 90 bis 96% aus). Dies läßt sich am Experiment bestätigen. Für genaue Beschreibungen der experimentellen Fakten sind jedoch auch die D -Wellenanteile und ein weitere S -Wellenfunktion zu berücksichtigen. Eine ausführliche Diskussion der theoretischen und experimentellen Daten (wie z. B. des Formfaktors und des μ -Meson-Einfangs) für ${}^3\text{He}$ wird in der Arbeit³⁶ vorgenommen. In der vorliegenden Arbeit und in² wurden die Resultate ebenfalls unter Berücksichtigung dieser Anteile gewonnen. Für die Darstellung der Wellenfunktionen erwies es sich als

(formal) günstig, den Formalismus von GIBBON und SCHIFF zu verwenden³⁵. Für die nur von den inneren Koordinaten (siehe³⁵ zur Definition des Sprachgebrauchs) abhängigen Teile der Wellenfunktion wählten verschiedene Autoren i. allg. verschiedene einfache analytische Formen wie z. B. einfache „hard-core“, Irving- und Gauß-Funktionen. Die vorliegende Arbeit beschreibt die unter Verwendung von Gauß-Funktionen erhaltenen Resultate. Die Bestimmung der in sie eingehenden Parameter ist in² beschrieben. Der gegenwärtige Stand der Theorie läßt im übrigen die Existenz angeregter Bindungs- und Resonanzzustände als unwahrscheinlich erscheinen. Inelastische Streuung hochenergetischer Hadronen müßte also zu einer Spaltung des ${}^3\text{He}$ -Kerns führen. Dies könnte eine Beschreibung derartiger Prozesse eventuell vereinfachen.

Einfacher von der Spin- und Isospinstruktur her ist die phänomenologische Beschreibung des Kerns ${}^4\text{He}$. Der Grundzustand gehört zu den Werten $S = 0$ und $T = 0$ des Spins und des Isospins. Der räumliche Anteil der Wellenfunktion kann durch eine total symmetrische Funktion der räumlichen Teilchenkoordinaten beschrieben werden. Die Frage, ob in diesen Funktionen räumliche Korrelationen der Nukleonen eine Rolle spielen, ist noch nicht zufriedenstellend beantwortet worden. Auch deshalb ist eine Untersuchung dieses Kerns mittels hochenergetischer Projekte von besonderer Dringlichkeit. Zunächst steht fest, daß ein aus einem Produkt harmonischer Oszillator-Einzelteilchen-Wellenfunktionen aufgebauter Grundzustand nicht in der Lage ist, die beobachteten Minima in den Elektron- ${}^4\text{He}$ -Streuexperimenten zu erzeugen. Versucht man jedoch phänomenologisch die Dichte des Kerns dennoch als Produkt von Einzelteilchendichten darzustellen, dann erhält man unter Zugrundelegung einfacher Ansätze für die Einzelstredichten^{6, 37} der Form:

$$\varrho_i(\mathbf{r}_i) = \exp\{-\alpha_i \mathbf{r}_i^2\} - C_i \exp\{-\beta_i \mathbf{r}_i^2\}, \quad (3)$$

$$\varrho(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = \prod_{i=1}^n \varrho_i(\mathbf{r}_i) = |\psi_0(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n)|^2$$

(Kerngrundzustands-Dichte)

brauchbare theoretische Erklärungen sowohl des Elektron-Helium-Streuvorganges als auch des Proton- ${}^4\text{He}$ -Streuvorganges. Korrelationen sollten nach diesen Überlegungen, wenn überhaupt so doch nur

³⁴ L. M. DELVES u. A. C. PHILLIPS, Rev. Mod. Phys. **41**, 497 [1969].

³⁵ B. F. GIBBON u. L. J. SCHIFF, Phys. Rev. **138**, B 26 [1965].

³⁶ R. PASCUAL u. P. PASCUAL, Nuovo Cim. **54**, 435 [1966].

³⁷ T. T. CHOU, Phys. Rev. **168**, 1594 [1968].

für große Impulsüberträge eine Rolle spielen. Eine kerntheoretische Untersuchung wie sie kürzlich unternommen wurde³⁸ zeigt nun folgendes: abgesehen von dem Kern ${}^4\text{He}$ sind die Elektron-Streudaten an den Kernen größerer Massenzahl ($A > 4$) wie z. B. ${}^{12}\text{C}$ und ${}^{16}\text{O}$ gut mit Hilfe unkorrelierter Grundzustandswellenfunktionen beschreibbar, die sich aus Rechnungen mit realistischen SchalenmodellpotentiaLEN ergeben. Diese Rechnungen ersetzen allerdings die durch Schwerpunktsbewegung induzierten Korrelationen durch die übliche einfache Korrektur. Die Resultate der Streuung am ${}^4\text{He}$ sind so jedoch nicht reproduzierbar, wenn man sich auf eine realistische Wahl der Potentialparameter festlegt.

Andererseits konnte gezeigt werden, daß eine Wiederholung der Analyse des Streuvorganges unter Zugrundelelung des Ansatzes von JASTROW für die Kerndichte:

$$\varrho(\mathbf{r}_1, \dots, \mathbf{r}_n) = \prod_{j=1}^n \varrho_j(\mathbf{r}_j) \prod_{i \leq j} (1 - g(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|))$$

(g bedeutet hier die Korrelationsfunktion, die für große Nukleonabstände schnell gegen Null geht) unter Berücksichtigung von Gliedern erster Ordnung in g keine Verbesserung (aber auch keine Verschlechterung der Resultate im Bereich kleiner Impulsüberträge) mit sich brachte. Hier muß nun allerdings darauf hingewiesen werden, daß neueste Untersuchungen wesentlich stärkere Korrelationen im ${}^4\text{He}$ -Grundzustand als bisher angenommen, vorhersagen^{39, 40}. Es geht daher nicht an, die Korrelationen nur in niedriger Ordnung zu berücksichtigen. Eine systematische Untersuchung der Korrelationseinflüsse auf die Hochenergiestreuung von Hadronen an ${}^4\text{He}$ steht noch aus. Auch hier werden die Resultate der Pion- ${}^4\text{He}$ -Streuung unter Verwendung der unkorrelierten Grundzustandsdichte³ untersucht. Die Parameter entsprechen denen von CHOU³⁷

$$a^2 = 0,6 F^{-2}, \quad \gamma^2 = 4,2 F^{-2}, \quad C = 1.$$

Die so definierte Verteilung der Nukleonen-Massenmittelpunkte ist sodann noch mit der Verteilung zu falten, die der endlichen Nukleonausdehnung Rechnung trägt. Dazu wurde die folgende Verteilung verwendet:

$$G(q) = (1 + q^2/a^2)^{-2}, \quad q^2 = 0,71 \text{ (GeV/c)}^2$$

³⁸ T. W. DONNELLY u. G. E. WALKER, Predictions of Diffraction Minima Inelastic Electron Scattering Using Finite Nuclear Potentials, Vorabdruck, Stanford 1969, Phys. Rev. Lett.

(diese Verteilung fand auch im ${}^3\text{He}$ -Fall Anwendung). Durch diese Faltung vermeidet man im Falle des ${}^4\text{He}$ die etwas ungewohnte Nullstelle der Dichte³ im Zentrum des Kerns. Für eine Diskussion der damit zusammenhängenden Fragen sei auf die Arbeit⁶ verwiesen.

Aufschluß über etwaige Korrelationen in den Wellenfunktionen erwartet man sich auch von Experimenten mit inelastisch gestreuten Hadronen. Sie können ebenfalls im Rahmen der Glauber-Theorie diskutiert werden⁵.

Auswertung und Resultate für die Streuung von negativen Pi-Mesonen am ${}^3\text{He}$ und ${}^4\text{He}$

Zur Auswertung der Formel (1) mit der Amplitude (2 b) zwischen spin- und isospinabhängigen Kernzuständen wurde die Annahme eingeführt, daß sich die Richtungsvektoren \mathbf{n} im Verlaufe der Streuung nicht ändern. Diese Näherung ist nur für Kleinwinkelstreuungen zulässig. Weiter hat man das Produkt in (1) i. allg. als geordnet in bezug auf die Einfallrichtung des Pi-Mesons aufzufassen. Da nämlich die einzelnen Faktoren des Produktes i. allg. nicht miteinander kommutieren, ist auf die Reihenfolge der Streuvorgänge zu achten. Die Symmetrieeigenschaften der von uns verwendeten Eigenfunktionen bewirken jedoch, daß hier die Ordnung ohne Einfluß auf die Resultate bleibt (für nichttriviale Anwendungen dieses Konzepts sei auf die Arbeit⁴¹ verwiesen). Die so ausgewertete Formel (1) ist zunächst noch ein Operator im Isospinraum des Pi-Mesons. Daraus erhält man sofort den hier allein interessierenden Fall der elastischen Streuung negativer Pi-Mesonen am Helium. Die expliziten, sehr umfangreichen Ausdrücke für die Vielfachstreuamplituden finden sich in den Arbeiten^{2, 3}. Im Anhang wird ein Beispiel die zur Auswertung der Spin- und Isospinabhängigkeit der Amplitude (1) angewandte Methode erläutern. Außerdem werden der Vollständigkeit halber die für die Anwendung besonders wichtigen Ein- und Zweifachstreuanteile der Amplitude (1) explizit angeführt. Für die Anwendung graphischer Verfahren zur Auswertung von (1) sei auf die Arbeit⁶ verwiesen. Auch gruppentheoretische Überlegungen gestatten es die Spin-

³⁹ T. STOVELL u. D. VINCIGUERRA, Nuovo Cim. Lett. **1**, 101 [1969].

⁴⁰ A. MALECKI u. P. PICCHI, Phys. Rev. Lett. **21**, 1395 [1968].

⁴¹ R. J. GLAUBER u. V. FRANCO, Phys. Rev. **156**, 1685 [1967].

und Isospinstruktur von (1) auszuwerten⁴². Auf Grund der speziellen Darstellungen, die in der vorliegenden Arbeit für die Streuamplituden und Kernwellenfunktionen verwendet wurden, lassen sich alle in die Rechnung eingehenden Integrationen explizit ausführen. Allerdings verbleibt dann noch das Problem, die große Menge von Integrationen und Summenbildungen zu bewältigen, die dann auftreten. Dies ist jedoch ein reines Computer-Organisations-Problem und bietet keine gedanklichen Schwierigkeiten mehr.

Resultate: Im Falle des ${}^3\text{He}$ zeigt sich zunächst, daß der Einfluß der D-Wellenanteile der Kernwellenfunktion auf den elastischen Pion- ${}^3\text{He}$ -Streuquerschnitt praktisch vernachlässigt werden kann. Weiter verfeinerte Wellenfunktionen für diesen Kern sollten an diesem Schluß nichts wesentliches ändern. Sollten aber weitere Messungen des Ladungsformfaktors von ${}^3\text{He}$ die Existenz neuer Maxima und Minima in der Streuverteilung für große Impulsüberträge ergeben, dann hätte man zunächst die Gauß-Funktionen in den S-Wellenanteilen durch realistischere Annahmen zu ersetzen. Experimente zur Streuung hochenergetischer Elektronen an ${}^3\text{He}$ bis zu höchsten Impulsüberträgen ($-t > 0,3$) wären daher von größter Bedeutung für dieses Problem. Die Bedeutungslosigkeit der D-Wellenanteile im ${}^3\text{He}$ -Grundzustand für den Mehrfachstreuovorgang steht im Gegensatz zu den Ergebnissen, die man im Falle der Streuung am Deuteron erhalten hat. Der Grund dafür liegt darin, daß im Formfaktor des ${}^3\text{He}$ kein Anteil auftreten kann, der einer Interferenz des S- und D-Wellenanteiles entspricht. Dies spiegelt die verschiedenen Symmetrieeigenschaften dieser beiden Anteile gegenüber den Permutationen der Nukleonen im Kern wider. S-Wellen gehören zum Dubletttyp, während die D-Wellen Quartett-Charakter besitzen. Die Existenz derartiger Interferenzterme war jedoch im Falle des Deuterons Grund für die Auffüllung des (im Rahmen der Glauber-Theorie) vorhergesagten Minimums¹⁶. Der Formfaktor des Deuterons läßt sich nämlich im wesentlichen additiv aus einem isotropen S-Wellenanteil und dem Anteil, der von der Interferenz zwischen S- und D-Wellenanteil herrührt, aufbauen. Der zweite Anteil bestimmt das Formfaktorverhalten in der Umgebung des ersten

Minimums. Er setzt sich additiv aus den Streuquerschnitten für die Streuung von Hadronen an polarisierten Deuteronen zusammen. Wählt man etwa als Quantisierungsachse die Richtung des Impulsüberganges bei der Streuung, so hat man, unter Vernachlässigung von Spineinklappprozessen, Beiträge zu summieren, die der Streuung an einem Deuteron einmal im $m=0$ - und das andere Mal im $m=1$ -Zustand entsprechen (m kennzeichnet hier die Projektion des Drehimpulses entlang der gewählten Achse). Die in den Streuquerschnitten für die Fälle $m=1$ und $m=0$ tatsächlich vorhandenen Minima sind so gegeneinander verschoben, daß sie sich in der Summe herausheben. Ein derartiger Kompensationsmechanismus liegt im Fall ${}^3\text{He}$ nicht vor. Hier spielt nur eine einzige Amplitude eine Rolle (sie gehört zum Wert $m=1/2$).

Es erwies sich als zweckmäßig, die Pion-He-Streuung für Energien des einfallenden negativen Pi-Mesons im Bereich zwischen 0,826 GeV und 2,01 GeV zu untersuchen. Die niedrige berücksichtigte Energie entspricht dem Wert, an dem der Einfluß des Spins auf die Pion-Nukleon-Streuamplitude maximal ist. An der höchsten berücksichtigten Energie beginnen die experimentellen Daten merkbar seltener und für eine genaue Berechnung der Streuphasenverschiebungen zu ungenau zu werden. In der Tat spiegeln die Vielfachstreuresultate für die niedrige Energie die starke Abhängigkeit der Einzelstreuamplitude vom Spin deutlich wider. In der Nähe des ersten Streuminimums machen diese Effekte 60% und in der Nähe des darauffolgenden Maximums 35% (verglichen mit den ohne Berücksichtigung des Spins, aber unter Berücksichtigung von Ladungsaustauscheffekten gefundenen Resultaten) aus. Für die höheren Energien sind die Spineffekte zu vernachlässigen. Ebenso zeigt sich, daß die effektive Pion-Nukleonstreuamplitude für alle betrachteten Energien mit Ausnahme der niedrigsten gut genug für die Beschreibung der Pion-Heliumstreuamplitude ist. Für ausführlichere Darstellungen des ${}^3\text{He}$ -Falles sei auf die Arbeit² verwiesen. Experimente zur Hadron-He-Streuung liegen nur für hochenergetische Protonen als Projektil vor⁴³. Die Autoren dieser Arbeit versuchten die experimentellen Daten, die ein Minimum für Impulsüberträge von $t \approx -0,25 (\text{GeV}/c)^2$, bei einer Protonenenergie von 1 GeV zeigten, unter Anwendung der einfachsten Form der Glauber-Theorie und ohne realistische Annahmen über die Struktur des Heliums zu deuten. Die Resultate sind nur

⁴² N. W. DEAN u. J. L. FRIAR, Spin-Isospin Formalism for Multiple Scattering of Pions (Vorabdruck, erscheint in Nucl. Phys. B, 1970).

⁴³ E. T. BOSCHITZ u. Mitarb., siehe Zitat¹⁹, S. 47.

qualitativ richtig. Die Gründe dafür können dem Vorstehenden gemäß folgende sein: die ${}^3\text{He}$ -Wellenfunktionen müssen exakt gewählt werden, die effektive Amplitude ist nicht gut genug und Spineffekte spielen eine Rolle.

Für ${}^4\text{He}$ lässt sich theoretisch keine Spinabhängigkeit des differentiellen Streuquerschnittes für die elastische Streuung negativer Pi-Mesonen feststellen. Die Abb. 1 a und 1 b zeigen die Streuverteilung für

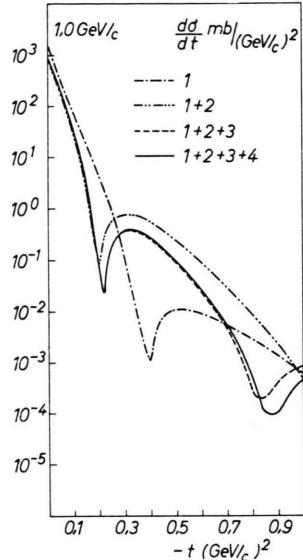


Abb. 1 b. Vergleich der theoretischen, differentiellen $\pi^- \cdot {}^4\text{He}$ -Streuquerschnitte berechnet 1. mit der vollen Amplitude, 2. unter Vernachlässigung der Spin-Abhängigkeit und 3. mittels der effektiven Amplitude.

einfallende Pi-Mesonen der Energie 1 GeV berechnet mit der effektiven, der spinabhängigen und der spinunabhängigen (aber ansonsten vollständigen) elastischen Pion-Nukleonstreuamplitude. Das erste Minimum ist klar erkennbar. Den Resultaten bei höheren Impulsüberträgen kommt weniger Bedeutung zu, da die Glauber-Theorie in diesen Bereichen wahrscheinlich zu ungenau ist. Formal röhren die Unterschiede zwischen den mit der effektiven und den mit der vollen Einzelstreuamplitude berechneten Streuquerschnitten bei hohen Impulsüberträgen von den Unterschieden in der Approximation des gemessenen Pion-Nukleon-Wirkungsquerschnittes durch diese Näherungsdarstellungen her. Beide stellen für große Impulsüberträge eine schlechte Annäherung dar. [Die volle Amplitude (1) stellt eine gut brauchbare Approximation bis zu $-t = 0.5$ (GeV/c) 2 dar.] Hier ist folgendes zu bemerken: angenommen, man

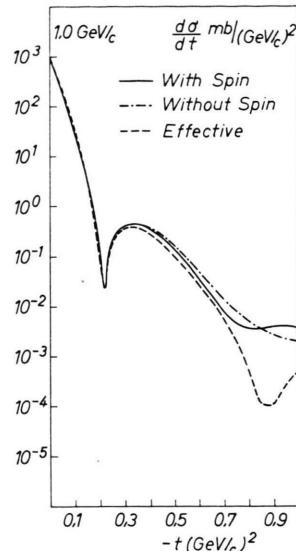


Abb. 1 a. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für $\pi^- \cdot {}^4\text{He}$ -Streuung für 1 GeV Pi-Meson Laboratoriumsenergie, berechnet mit Hilfe der effektiven Amplitude (2 a).

interessiert sich für die elastische Hadron-Kernstreuung für einen Impulsübertrag q (für den die Glauber-Näherung noch anwendbar ist), dann benötigt man jedenfalls zur Darstellung des Einzelstreubeitrages in Glaubers Formel den Hadron-Nukleonquerschnitt bis zum betrachteten Impulsübertrag mit hinreichend guter Genauigkeit. Für die Berechnung der Mehrfachstreuanteile genügt es jedoch die elementaren Amplituden in einem wesentlich kleineren Bereich $q' < q$ zu kennen. Dies folgt aus der Voraussetzung, daß im wesentlichen Kleinwinkelstreuungen die Mehrfachstreuanteile aufbauen, so daß, grob gesprochen, jeder elementare Streuvorgang in diesen Anteilen um einen kleineren Winkel erfolgt als im Einzelstreubeitrag (man vergleiche dazu die besonders durchsichtigen Verhältnisse im Deuteronfall¹⁴). In dieser Arbeit und auch in³ wurde der Einzelstreubeitrag direkt aus den experimentellen Pion-Nukleonamplituden bestimmt. Auf Grund der eben gemachten Bemerkung folgt, daß die verwendeten Darstellungen für die Einzelstreuamplituden im Falle der Mehrfachstreubeiträge zur Glauber-Amplitude (1) auch für Impulsüberträge $-t > 0.5$ (GeV/c) 2 brauchbar sein sollten. Weit oberhalb des erwähnten Impulsübertrages differieren die effektive Amplitude (2 a) und die Amplitude (2 b) sowohl untereinander als auch von der experimentellen Pion-Nukleonstreuamplitude sehr stark und dies zeigen die Kurven deutlich. Untersuchungen dieses Bereichs

ches haben wohl erst nach den diversen, im Text besprochenen Abänderungen der Glauber-Theorie, Sinn. Auch im Falle des ${}^4\text{He}$ wurden experimentelle Untersuchungen bis jetzt nur mit Protonen als Projektil durchgeführt. Die Energien betrugen 600 MeV und 1 GeV^{44, 45}. Sie zeigen ein erstes Minimum bei $t = -0,25$ (GeV/c^2)² und ein darauffolgendes Maximum. Wiederum erweist es sich auch hier als unmöglich, die Lage und Höhe des zweiten Maximums im Rahmen der einfachsten Modellannahmen richtig wiederzugeben. Das erste Minimum kommt jedoch aus solchen Rechnungen gut heraus. Gründe für die Abweichungen lassen sich ebenso wie im ${}^3\text{He}$ -Fall mutmaßen. Die Unmöglichkeit aus den gegenwärtigen Daten genaue Nukleon-Nukleonquerschnitte abzuleiten verhindern bis jetzt eine systematische Untersuchung dieser Streuvorgänge.

Aus den Resultaten zur elastischen Streuung hochenergetischer Pi-Mesonen am Helium bei kleinen Impulsüberträgen läßt sich schließen, daß die verwendete effektive Amplitude für Pion-Nukleonstreuung eine brauchbare Approximation zur exakten Amplitude für Mehrfachstreuerechnungen darstellt. Diese Aussage scheint innerhalb des ganzen untersuchten Bereiches für die Energien des gestreuten negativen Pi-Mesons zu gelten. Eine mögliche Ausnahme bildet der Randbereich um 0,826 GeV. Hier spielen im Falle des ${}^3\text{He}$ Spineffekte eine maßgebliche Rolle. Weitere Arbeiten müßten nun eine genaue Untersuchung der Korrelationseinflüsse auf diese Daten vornehmen. Bei den niederen Energien wäre weiters die Größe des Einflusses der Fermi-Bewegung der Nukleonen in Rechnung zu stellen. Eine ausführliche Untersuchung der Großwinkelstreuung wäre ebenfalls erforderlich. Dies würde dann auch eine Erweiterung der Untersuchungen auf inelastische Prozesse nach sich ziehen müssen.

Anhänge

1. Parameter der effektiven Amplitude (2 a).

Energie	σ_{+}^{TOT}	σ_{-}^{TOT}	ϱ_{+}	ϱ_{-}	β_{+}	β_{-}
0,826	15,20	38,80	-9,300	,1600	2,490	2,505
1,000	25,14	59,60	-2,169	-0,0482	2,185	6,710
2,010	28,94	34,44	-2,2825	-0,0984	3,050	3,970

2. Für den Fall total antisymmetrischer Spin- und Isospinwellenfunktionen (der für die Hauptanteile

der Wellenfunktionen des ${}^3\text{He}$ und ${}^4\text{He}$ vorliegt) läßt sich ein formales Verfahren zur Auswertung der Spin- und Isospineigenschaften der Amplitude (1) angeben. Hier handelt es sich darum, die Determinante (4) auszuwerten:

$$\begin{aligned} \sum_{j_1, \dots, j_k} \mathfrak{A}_j \langle i_1, \dots, i_k | O(1, \dots, l) | j_1, \dots, j_k \rangle \\ = \sum_{j_1, \dots, j_k} \mathfrak{A} \langle i_1 | O_1 | j_1 \rangle \dots \langle i_l | O_l | j_l \rangle \quad (4) \\ (\mathfrak{A} = \text{Antisymmetrisierer in den } j_1, \dots, j_k). \end{aligned}$$

$O(1, \dots, l)$ ist hier der Operator für l -fach-Streuung, der sich ja als Produkt von Einzelstreuoperatoren schreiben läßt. Die Summen in Gl. (4) erstrecken sich über alle für den betrachteten Kern zulässigen Kombinationen in den Werten der Spin-Isospinindizes j_1, \dots, j_k der k -Nukleonen. So sind im Falle des ${}^3\text{He}$ die Kombinationen ($s_z = 1/2, p$), ($s_z = -1/2, p$), ($s_z = +1/2, n$) auf alle möglichen Weisen auf die j_i aufzuteilen. Die Reihenfolge der Faktoren in den Produkten (4) ist zunächst noch einzuhalten, da sie i. allg. nicht miteinander kommutieren. Mit der Wahl (2 b) für die Einzelstreuamplituden hat man folgende Spin-Isospinstruktur der Produkte in Gl. (4) :

$$\prod (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})_s (\mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau})_m,$$

wo: $s_1 \leqq k$, $m_1 \leqq k$, ($k = 3, 4$ für ${}^3\text{He}$ bzw. ${}^4\text{He}$)
für $s = 0$, ($s_1 = 0$) sei $(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})_0 = 1$,
 $m = 0$, ($m_1 = 0$) sei $(\mathbf{t} \cdot \boldsymbol{\tau})_0 = 1$,

(s, m identifizieren die Nukleonen des Kerns)

dies führt auf maximal 4-zeilige Determinanten im He-Fall. Am Schluß hat man über alle möglichen Anordnungen der Faktoren

$$\langle j_1 | O_1 | j_1 \rangle \dots \langle j_k | O_k | j_k \rangle$$

zu mitteln und auf den Fall der Streuung negativer Pi-Mesonen zu spezialisieren. Einschließlich der Zweifachstreuanteile findet man für ${}^3\text{He}$ und ${}^4\text{He}$ folgende Resultate:

$$\begin{aligned} \text{He: } G_1(q_i) &= 4 f^{(+)}(q_i), G_2(q_i, q_j) \\ &= 6 f^{(+)}(q_i) f^{(+)}(q_j) - 4 f^{(-)}(q_i) f^{(-)}(q_j) \\ &\quad - 2 g^{(+)}(q_i) g^{(+)}(q_j) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{He: } G_1(q_i) &= 3 f^{(+)}(q_i) + f^{(-)}(q_i), G_2(q, q) \\ &= 3 f^{(+)}(q_i) f^{(+)}(q_j) - 2 f^{(-)}(q_i) f^{(-)}(q_j) \\ &\quad + 2 f^{(+)}(q_i) f^{(-)}(q_j) - g^{(+)}(q_i) g^{(+)}(q_j) \\ &\quad - 2 g^{(+)}(q_i) g^{(-)}(q_j) - 2 g^{(-)}(q_i) g^{(-)}(q_j). \end{aligned}$$

[Die Drei- und Mehrfachstreuanteile, die hier weniger wichtig sind, finden sich in (2) und (3).]

⁴⁴ E. T. BOSCHITZ u. Mitarb., Phys. Rev. Lett. **20**, 1116 [1968].

⁴⁵ H. PALEVSKY u. Mitarb., Phys. Rev. Lett. **18**, 1200 [1967].